

# Упражнения для подготовки к контрольной работе №2 по курсу “Формальная спецификация и верификация программ”

## Задача 1.

Для данных пред- (pre) и пост- (post) условия, записанных на RSL, предложите реализацию функции P, которая является частично корректной относительно них. Для записи функции так же используйте RSL. Функция должна завершаться на максимально возможном числе входных данных, удовлетворяющих предусловию. Функция P должна быть представлена в явном виде (в частности, без неявных конструкций таких как кванторы, неявный let, сокращенные (comprehended) выражения), без использования бесконечных значений целых чисел, бесконечных множеств, chaos и т. п.). Функция P должна быть корректно определена (в частности, все частично определенные операции, например, hd, должны вызываться только для тех аргументов, на которых они определены).

### 1.1

```
pre(x, y) ≡ (x >= y - 2)
post(x, y, z) ≡ (x < z ∧ z < y)
type T = Real      value P : T >< T --> T
```

Ответ (один из возможных) :

```
value P : T >< T --> T
P(x, y) is if x = y - 2 then x + 1 else P(x, y) end
```

### 1.2

```
pre(x, y) ≡ (x ≈ 0.0)
post(x, y, z) ≡ (x < z**2 ∧ z**2 < y**2)
type T = Real      value P : T >< T --> T
```

Ответ (один из возможных - покажите, что он верный) :

```
value P : T >< T --> T
P(x, y) is if y = 0.0 then P(x, y)
elseif x < 0.0 ∨ x < (abs y - 1)**2 then abs y - 1
else P(x, y) end
```

### 1.3

$\text{pre}(x, y) \equiv \text{len } x \text{ isin inds } y$   
 $\text{post}(x, y, z) \equiv (\text{len } y \geq 2 \wedge y(2) > \text{len } z) \wedge (\text{len } x > 0 \wedge \text{len } z > \text{hd } x)$   
 $\text{type } T = \text{Real} \quad \text{value } P : T\text{-list} \gg T\text{-list} \rightsquigarrow T$

#### 1.4

$\text{pre}(x, y) \equiv \text{len } x \geq \text{len } y$   
 $\text{post}(x, y, z) \equiv \text{len } z > 1 \wedge z(2) \text{ isin elems tl } (x \wedge y)$   
 $\text{type } T \quad \text{value } P : T\text{-list} \gg T\text{-list} \rightsquigarrow T\text{-list}$

#### 1.5

$\text{pre}(x) \equiv \text{card elems } x = 2$   
 $\text{post}(x, z) \equiv \text{elems } z \gg \text{elems } x \wedge \text{len } z = \text{len } x / 2$   
 $\text{type } T \quad \text{value } P : T\text{-list} \rightsquigarrow T\text{-list}$

#### 1.6 (придумайте разные решения для задач 1.5 и 1.6)

$\text{pre}(x) \equiv \text{card elems } x \leq 2$   
 $\text{post}(x, z) \equiv \text{elems } z \gg \text{elems } x \wedge \text{len } z = \text{len } x / 2$   
 $\text{type } T \quad \text{value } P : T\text{-list} \rightsquigarrow T\text{-list}$

#### 1.7

$\text{pre}(x, y) \equiv \text{inds } x \ll \text{inds } y$   
 $\text{post}(x, y, z) \equiv z(2) = \text{hd } (x \wedge y)$   
 $\text{type } T \quad \text{value } P : T\text{-list} \gg T\text{-list} \rightsquigarrow T\text{-list}$

#### 1.8

$\text{pre}(x, y) \equiv \text{inds } x \ll \text{elems } y$   
 $\text{post}(x, y, z) \equiv z \text{ isin inds } (x \wedge y) \wedge (x \wedge y)(z) > 0$   
 $\text{type } T = \text{Real} \quad \text{value } P : T\text{-list} \gg T\text{-list} \rightsquigarrow \text{Nat}$

#### 1.9

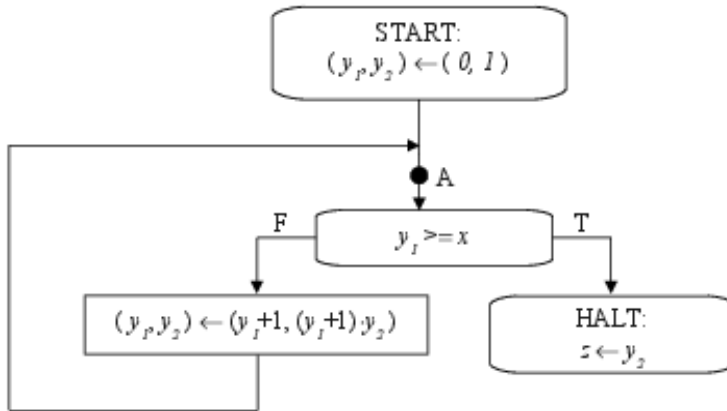
$\text{pre}(x, y) \equiv \text{len } x \geq \text{len } y$   
 $\text{post}(x, y, z) \equiv z \text{ isin inds } x \wedge (z+1) \text{ isin inds } y \wedge x(z) < y(z+1)$   
 $\text{type } T = \text{Real} \quad \text{value } P : T\text{-list} \gg T\text{-list} \rightsquigarrow \text{Nat}$

## Задача 2.

Множество переменных  $V = \{x, y_1, y_2, y_3, z\}$  состоит из одной входной, трёх промежуточных и одной выходной переменной. Доменом всех переменных является множество целых чисел. На рисунке представлена блок-схема программы над множеством переменных  $V$ . Выписать все условия верификации, корректности и завершимости, которые не являются истинными для указанных на рисунке точек сечения, индуктивных утверждений  $p$ , фундированного множества  $W$  и оценочных функций  $q$ , а также заданных предусловия и постусловия при использовании методов Флойда.

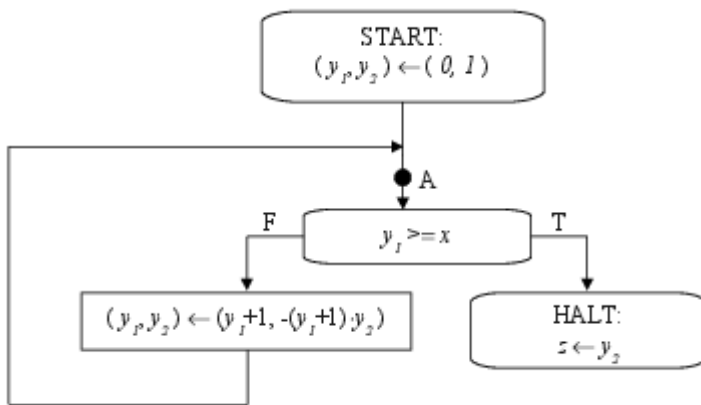
Примечание: везде, где используется факториал, предполагается, что  $0! = 1$ .

### 1.1



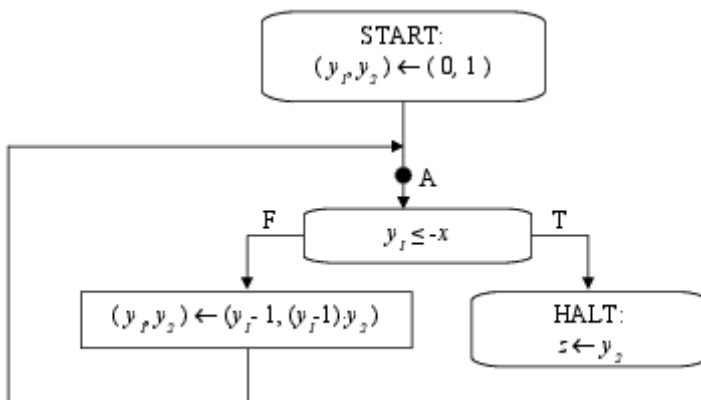
Спецификация программы:  $\text{pre} \equiv (x \geq 0)$  и  $\text{post} \equiv (z = x!)$ .  
 Индуктивное утверждение в точке сечения A:  $y_2 = y_1!$   
 Фундированное множество -  $(\text{Nat} \cup \{0\}, >)$ .  
 Оценочная функция в точке сечения A:  $x - y_1$ .

### 1.2



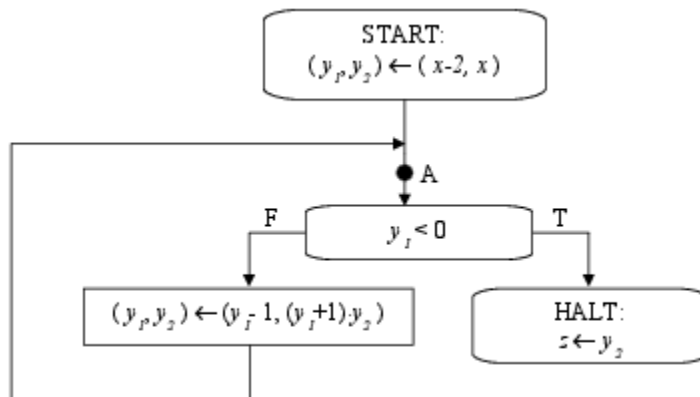
Спецификация программы:  $\text{pre} \equiv (x \geq 0)$  и  $\text{post} \equiv (z = (-1)^x x!)$ .  
 Индуктивное утверждение в точке сечения A:  $y_2 = (-1)^{y_1} y_1!$   
 Фундированное множество -  $(\text{Nat} \cup \{0\}, >)$ .  
 Оценочная функция в точке сечения A:  $x - y_1$ .

### 1.3



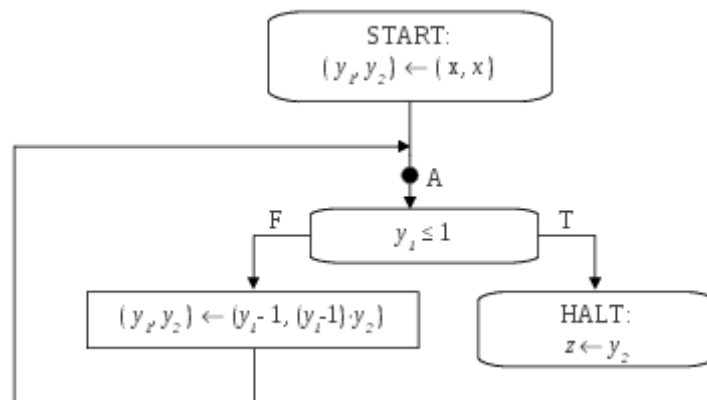
Спецификация программы:  $\text{pre} \equiv (x \geq 0)$  и  $\text{post} \equiv (z = (-1)^x x!)$ .  
 Индуктивное утверждение в точке сечения A:  $y_2 = (-1)^{y_1} (-y_1)!$   
 Фундированное множество -  $(\text{Nat} \cup \{0\}, >)$ .  
 Оценочная функция в точке сечения A:  $x + y_1$ .

1.4



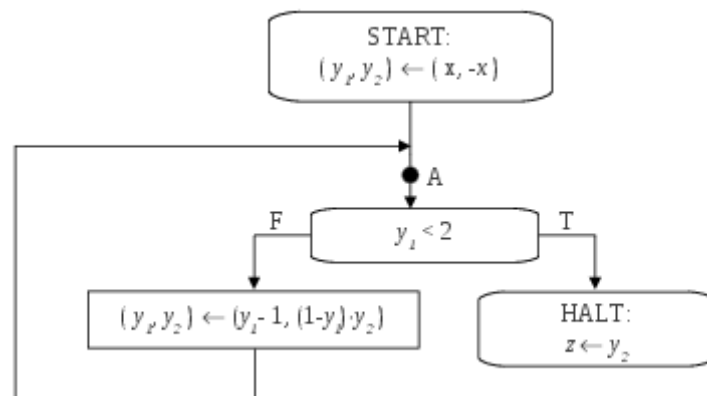
Спецификация программы: pre  $\equiv (x > 0)$  post  $\equiv (z = x!)$ . Индуктивное утверждение в точке A:  $y_2 = x! / (y_1 + 1)!$  Фундированное множество -  $(\text{Nat} \cup \{0\}, >)$ . Оценочная функция в точке сечения A:  $y_1$ .

1.5



Спецификация программы: pre  $\equiv (x > 0)$  и post  $\equiv (z = x!)$ . Индуктивное утверждение в точке A:  $y_2 = x! / y_1!$  Фундированное множество -  $(\text{Nat} \cup \{0\}, >)$ . Оценочная функция в точке A:  $y_1$

1.6



Спецификация программы: pre  $\equiv (x > 0)$  и post  $\equiv (z = (-1)^x x!)$ . Индуктивное утверждение в точке A:  $y_2 = (-1)^{y_1} x! / y_1!$  Фундированное множество -  $(\text{Nat} \cup \{0\}, >)$ . Оценочная функция в точке A:  $y_1$ .